

文章编号:1000-8055(2012)12-2756-07

发动机管路卡箍位置动力灵敏度分析与优化设计

刘 伟, 曹 刚, 翟红波, 刘永寿

(西北工业大学 力学与土木建筑学院 飞行器可靠性工程研究所, 西安 710129)

摘 要: 针对发动机管路卡箍布置过程中存在的经验性和随意性的问题, 将卡箍支撑视为末端固定的平移约束弹簧单元, 定义任意两个卡箍之间的管道长度为随机变量, 采用有限元法结合离散抽样分析了结构参数对复杂管路系统基频和随机振动的灵敏度, 结果表明某些卡箍间距的变动比其他参数的影响更为明显, 讨论了卡箍数量和刚度对管路系统的动力学特性的影响规律, 并分别以基频与外界激振频率的差值最大化, 以及随机振动均方差响应最小化为目标, 利用罚函数法对复杂管路系统的关键卡箍位置进行了优化设计。

关 键 词: 发动机管路; 卡箍位置; 灵敏度; 动力优化; 随机振动

中图分类号: V23; O324

文献标志码: A

Sensitivity analysis and dynamic optimization design of supports' positions for engine pipelines

LIU Wei, CAO Gang, ZHAI Hong-bo, LIU Yong-shou

(Institute of Aircraft Reliability Engineering, School of Mechanics and Civil and Architecture, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: Considering empirical feature and casualness in the design for engine pipelines, the support was simplified as translation-constrained elastic spring element, the lengths between every two supports were defined as supports' positions, and the finite element method (FEM) and the discrete sampling method were applied to the dynamic sensitivity analysis of engine pipeline structure. Compared with other structure parameters, the numerical results demonstrate that some supports' positions play more important roles for complex piping. The effect of supports' amount and stiffness on the fundamental frequency and random vibration responses was discussed. The position optimizations of complex pipelines' supports were implemented to maximize difference between fundamental frequency and external excitation frequency, and minimize the random vibration standard deviation by penalty function method.

Key words: engine pipeline; support position; sensitivity; dynamic optimization; random vibration

管路系统是发动机介质传输和能量传递的重要通道,但是恶劣的振动工作环境造成管路系统连接部件的松动、泄露和裂纹等动强度失效问题特别突出^[1]。卡箍具有固定和支承的作用,是改善管路系统的动态特性的有效手段之一。然而,目前

发动机管路系统的卡箍的位置布置大多是从原型机中对比和移植,施工时根据实际的放样还会有一定的调整,较多地依靠设计者的经验。对于一些小型管路系统,其支承形式、参数、位置和数量等多由人工现场解决,造成实际的卡箍布局具有较

收稿日期:2011-12-12

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20121218.0859.201212.2756_018.html

基金项目:西北工业大学基础科研项目(JC20100212)

作者简介:刘伟(1981—),男,江苏盐城人,副教授,博士,主要从事结构机构的可靠性研究。

大的随机性. 有时不但没有提升系统的动力学品质, 甚至会产生局部应力集中反而成为管路结构的失效源, 严重削弱了发动机的可靠性^[1-2]. 因此, 研究发动机复杂管路系统的卡箍位置优化设计方法具有重要的意义.

顾文彬研究了直管结构在自由振动、瞬态响应和随机响应下支撑的最优位置优化计算^[3], 表明不同激励形式下直管卡箍的最优位置不同; Wang 分别以变形最小化和基频最大化为目标, 采用启发式优化算法实现了对直梁结构和矩形板结构的支撑位置的优化设计^[4-5]; Zhu 等采用伪密度技术将离散问题转化为连续体建立支撑布局的拓扑优化方法^[6]; 蹇开林等设计了新的广义遗传算法来求解具有抗弯刚度的梁结构动力响应支撑位置优化问题^[7]. 总体而言, 目前支撑优化方面的研究主要针对直管或者直梁模型, 而发动机管路中更为常见的是由直管、弯管、三通等组成的复杂管路系统, 一方面, 整个系统的动力学特性与卡箍支承之间的函数关系非常复杂, 很多情况下是多个支承的超静定结构, 难以推导显式响应函数关系, 导致优化计算难以进行; 另一方面, 若将直管的优化结果直接搬到一般管路系统中, 由于约束、质量、刚度等发生变化, 原先的最优位置往往可能已不再是整个管路系统的最优点. 因此, 需要进一步探讨任意一般管路系统的卡箍支承位置优化的可行方法.

本文借助 ANSYS 软件的管路模块实现复杂管路系统的建模, 采用灵敏度分析方法确定了影响系统动力学特性的若干重要的卡箍位置参数, 进行了以最大化基频差值和最小化随机振动的标准差为目标的两套卡箍优化设计方案的对比, 为工程复杂管路系统的卡箍的动力学设计提供了参考.

1 卡箍位置的动力灵敏度

对于复杂管路而言, 存在多个卡箍位置变量需要设计者来确定, 不同位置上的卡箍对结构动力特性影响有差异. 动力灵敏度分析主要研究随机变量的不确定性对模型动力学响应的影响程度, 提供多个随机变量之间重要程度的横向对比, 帮助确定需要优化的主要参数, 更高效地实现结构动力学性能的改善.

1.1 卡箍位置的固有频率灵敏度

为了研究问题的方便, 这里定义卡箍位置为

任意两个卡箍之间的管道长度 l_i , 则对于 1 个形状和走向已知的复杂多跨管路来说, 其卡箍位置就可以用长度列阵 $l = \{l_i\}$ 描述. 考虑到卡箍安装位置的随意性导致实际工程中参数 l_i 的随机性, 则结构的固有频率会在均值附近有随机扰动. 具体地讲, 固有频率的灵敏度就是研究 l_i 的变化对整个管路结构固有频率的影响程度. 假设轻型卡箍的质量较小可以忽略不计, 仅影响系统的刚度矩阵, 此时根据结构的广义特征值问题进行摄动分析和结合 Taylor 展开, 可以获得卡箍位置对第 j 阶固有频率 ω_j 的灵敏度表达式^[8-9]

$$\frac{\partial \omega_j}{\partial \bar{l}_i} = \{\bar{\psi}\}_j^T \frac{\partial \bar{K}}{\partial \bar{l}_i} \{\bar{\psi}\}_j \quad (1)$$

式中 $\bar{l}_i$ 为管道卡箍间隔长度的均值, $\bar{K}$ 为整个系统的均值刚度矩阵, $\{\bar{\psi}\}_j$ 为第 j 阶均值固有频率对应的均值振型向量.

1.2 随机振动响应的灵敏度

对随机振动而言, 动态响应灵敏度定义为结构的均方响应特征关于结构设计参数的改变率. 确定性结构受到高斯平稳随机激励时的位移响应 $y(t)$ 的均方值为^[10]

$$\sigma_{y(t)}^2 = 2 \int_0^{\omega_c} |H(\omega)|^2 S(\omega) d\omega \quad (2)$$

式中 $H(\omega)$ 为结构的频率响应函数, $S(\omega)$ 为随机激励的自谱, ω_c 为积分计算的截止频率. 管路结构由于卡箍位置的随机性造成其随机振动响应均方值响应也为随机量, 可以对式(2)取数学期望

$$E[\sigma_y^2] = \int \sigma_{y(t)}^2(l) f(l) dl \quad (3)$$

式中 $f(l)$ 表示卡箍位置参数 l_j 的联合概率密度函数, $E[\cdot]$ 表示取其数学期望. 则随机振动响应的灵敏度可以定义为响应均方值的期望对基本随机变量均值 $\bar{x}$ 的偏导数, 文献^[11]推导了基本变量为互不相关的正态分布(非正态分布可以转化为正态分布形式)的灵敏度求解表达式

$$\frac{\partial E[\sigma_y^2]}{\partial \bar{l}_i} = \frac{1}{\sigma_{l_i}^2} E[l_i \sigma_y^2] - \frac{\bar{l}_i}{\sigma_{l_i}^2} E[\sigma_y^2] \quad (4)$$

式中 $\sigma_{l_i}^2$ 为转化为正态分布后的 l_i 段管道的尺寸均方差, $\bar{l}_i$ 为第 i 段管道长度的均值.

对于复杂结构的隐式响应则需要采用有限元数值计算, 再结合编程离散抽样, 经统计计算获得其各个参数的敏度值.

2 复杂管路系统的卡箍建模

2.1 卡箍模型

工程实际卡箍形式虽然多种多样, 但是其功

能大体一致,即主要约束管道的径向(横向)和轴向位移,一些卡箍还设计能够限制管道的转动自由度.本文将卡箍的支撑作用简化为具有一定的刚度的末端固定的弹簧单元(如图 1 所示),限制管道沿径向的任意位移.



图 1 管道卡箍径向约束示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the radial constraint of pipeline supports

2.2 随机振动环境

在外场振动环境中,外场振动激励通过各个固定端和每一个卡箍传递到管道结构上,可以视为支承激励.因此,外场随机振动环境通过对固定端和卡箍支撑处施加随机激励的功率谱密度(PSD).图 2 显示了固定端处(与其他固定设备连接处)和卡箍处传递外部振动激励的示意图.由于卡箍处的约束并非全约束,为了区别其与固定端处全约束传递激励的效率,这里粗略地假设卡箍处传递的效率为固定端处的 0.6 倍(计算时通过定义载荷工况的缩放系数来实现).

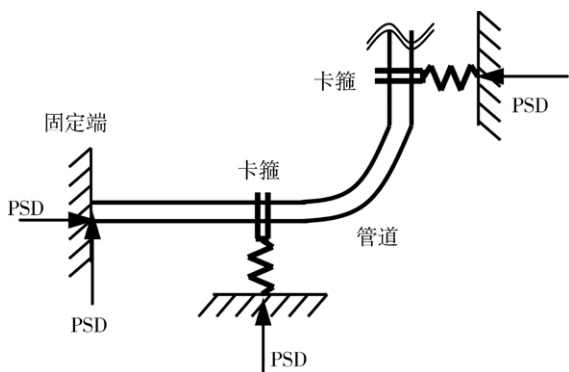


图 2 固定端处和卡箍处传递外场激励

Fig. 2 External excitation in the fixed terminals and supports

3 卡箍位置的动力优化设计

进行卡箍位置的动力学优化设计,首先需要制定合理的结构动力学优化目标,一般以减少质量、改善频率特性或抑制振动幅值等为主.本文分别研究取基频差值最大化和随机振动响应标准差

最小化为目标,用数学语言描述这两种卡箍优化设计问题如下.

3.1 以结构基频最大化为目标

为避免共振影响,根据振动设计要求:卡箍安装后使系统的基频远离频率禁区^[12],即管路系统的基频与已知发动机的激振频率的差值 $\Delta\omega$ 作为优化目标,并且使得管道的动位移标准差和动应力标准差不超过许用值,构造优化数学模型如下:

Design variable

$$\begin{aligned} & l_i (i = 1, 2, \dots, n) \\ \min & -|\Delta\omega| = -|\omega_1 - \omega_{\text{ext}}| \\ \text{s. t.} & \sum_{i=1}^n l_i = L \\ & \sigma_{\text{def}} \leq [\delta] \\ & \sigma_{\text{stress}} \leq [S] \end{aligned} \quad (5)$$

式中 n 表示卡箍个数, ω_1 表示 1 阶基频, ω_{ext} 为外界激励频率, $\Delta\omega$ 为基频与外界激振频率的差值, L 表示该段管道的总长(假设设计时已经确定), σ_{def} 和 σ_{stress} 分别表示管道结构随机振动位移和应力响应的最大标准差, $[\delta]$ 和 $[S]$ 分别为位移和应力响应的安全阈值.

3.2 以随机振动响应最小化为目标

为防止设备运行时由于过大的随机振动而发生破坏,发动机管路设计要求抑制振动响应的幅值.这里取随机振动应力的标准差最小为目标,约束条件:使结构的基频控制在一定的范围内,以及管道的动位移标准差不超过许用值

Design variable

$$\begin{aligned} & l_i (i = 1, 2, \dots, n) \\ \min & \sigma_{\text{stress}} \\ \text{s. t.} & \sum_{i=1}^n l_i = L \\ & |\Delta\omega| > [\Omega] \\ & \sigma_{\text{def}} < [\delta] \end{aligned} \quad (6)$$

上式中 n 表示卡箍个数, σ_{stress} 表示管道结构随机振动应力响应的最大标准差, L 表示该段管道的总长, σ_{def} 表示管道结构随机振动位移响应的最大标准差, $[\Omega]$ 为结构的频率差值约束, $[\delta]$ 为结构的许用变形幅值.

式(5)和式(6)均是约束优化问题,1 阶基频和随机振动的应力和位移标准差响应可以借助有限元软件获得,可以采用外场罚函数方法将有约束问题转化为非约束优化问题并进行优化计算,本文优化计算采用 ANSYS 软件的优化分析模块

完成.

4 卡箍位置的优化设计

4.1 算例 1 直管的卡箍优化验证

首先以两端固定的直管为例,来研究卡箍约束对系统动特性的影响规律,讨论以下几个问题:①拟安装的卡箍数目;②拟安装的卡箍刚度;③拟布置的卡箍位置.

假设某段直管总长度为 L ,两端连接其他设备,简化处理为固定约束.单个卡箍情形:假设卡箍距离管道左端为 l_1 ,则另一段管道长度为 $L-l_1$,该问题中需要优化设计的变量为 1 个即为 l_1 (如图 3(a)).如若需要安装 2 个卡箍:则需要优化设计的变量为 l_1 和 l_2 (如图 3(b)),以此类推.

为便于数值计算分析,假设直管总长为 $L=3.028\text{ m}$,管道材料为合金钢,弹性模量为 $E=184\text{ GPa}$,管径为 0.01 m ,壁厚为 0.001 m ,工作压力为 1.6 MPa ,内部航空燃油密度为 900 kg/m^3 .在卡箍处和固定端处分别施加随机白噪声激励,谱值为 $0.04\text{ g}^2/\text{Hz}$,有效频段为 $0\sim1000\text{ Hz}$,方向为 y 轴正方向(沿直管轴向为 x 向, y 轴垂直于 x 轴向上),结构阻尼系数设为 0.02 ,设发动机机匣处在某一工况下的低频激振频率为 $\omega_{\text{ext}}=5\text{ Hz}$.

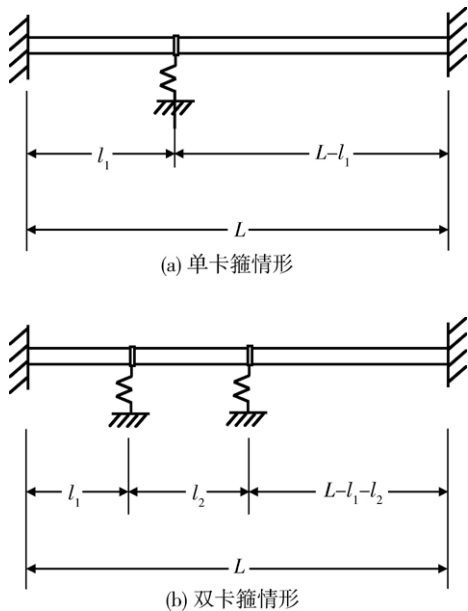


图 3 两端固定的直管卡箍位置优化设计
Fig. 3 Supports' position optimization design for a single straight pipe

表 1 显示了分别采用以基频差值最大化(式(5))和以随机振动应力标准差最小化(式(6))为目标,进行卡箍位置优化计算的结果对比.对比表

中数据可知,对于单卡箍情形两种优化方案结论基本相同,卡箍的最优位置在管道的中间.优化结果与以往文献结果一致,验证了本文方法的正确性.系统随机振动响应相当.而双卡箍情形下,两种优化方案出现了差别:以基频差值最大化为目标时,2 个卡箍相对靠近中部,系统 1 阶基频与激振频率差值为 17.37 Hz ,但随机振动应力响应标准差较大;以随机振动应力最小化时,2 个卡箍位置大致在 $1/3$ 处,但基频差值降为 11.75 Hz .另外比较单卡箍和双卡箍的优化结果可见当卡箍数量由 1 个增加为 2 个后,虽然显著提高了频率特性,降低了振动位移幅值标准差,但是随机振动应力的标准差却有不同程度的增长.

表 1 两种不同优化目标下的管道卡箍位置设计结果
Table 1 Results of supports' position with two optimum proposals

优化方案	单卡箍		双卡箍	
	式(5)	式(6)	式(5)	式(6)
l_1/m	1.550	1.498	1.367	1.681
l_2/m			0.359	1.140
$\Delta\omega/\text{Hz}$	6.22	6.22	17.37	11.75
$\sigma_{\text{def}}/10^{-4}\text{ m}$	0.448	0.448	0.146	0.301
$\sigma_{\text{stress}}/\text{MPa}$	0.293	0.277	6.288	4.480

可见卡箍对管路结构具有刚度补偿的作用,继续增加卡箍的数量并采用式(5)进行优化计算,最大基频与卡箍数量的变化趋势如图 4 所示,对应的最大随机振动应力标准差变化趋势如图 5,可见当从不安装卡箍到配置 2 个卡箍,系统的 1 阶基频从 2.87 Hz 迅速提升到 22.37 Hz ,继续增

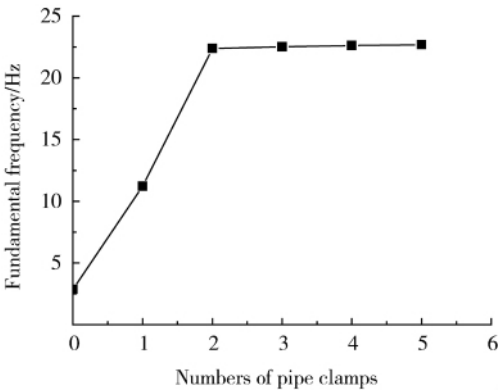


图 4 卡箍数量对直管结构基频的影响
Fig. 4 Influence of supports' amount on the fundamental frequency

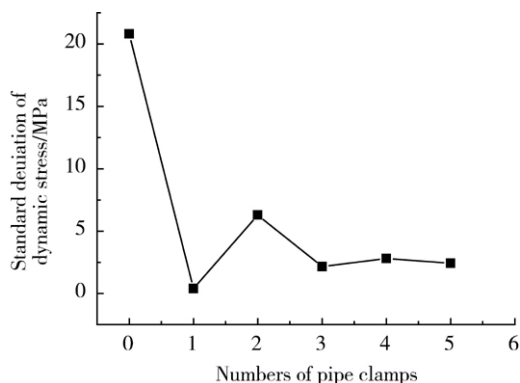


图 5 卡箍数量对最大随机振动应力标准差的影响

Fig. 5 Influence of supports' amount on the maximal random vibration stress

加卡箍数量,系统的基频没有明显的提升;而最大随机振动应力标准差则显示出波动。

卡箍的支撑刚度是卡箍设计的重要内容,表 2 计算了上例中直管双卡箍刚度由 $0 \sim 10^9$ N/m 变化时,对管路系统固有频率和随机振动响应的影响。可见合理的刚度将大幅提升系统的基频和降低随机振动响应,但是当刚度达到 10^6 N/m 后继续增加刚度,系统的 1 阶基频没有显著地提升,反而系统的最大随机振动应力标准差有所增长,最后稳定在约 5.97 MPa 附近,设计时应注意权衡。获取更大的刚度有时可能需选择更加昂贵的材料或者工艺,然而,对系统的动态性能却没有相应的提升,即此时效能比较差,设计时应斟酌。

表 2 不同卡箍刚度下管道的基频和最大随机振动应力标准差

Table 2 Fundamental frequency and maximal random vibration responses under different support stiffness

卡箍刚度/(N/m)	ω_1 /Hz	σ_{stress} /MPa
0	2.87	20.821
10^4	3.78	11.364
10^5	7.673	3.0488
10^6	21.11	3.1192
10^7	22.37	6.6006
10^8	23.04	5.9786
10^9	23.04	5.9717

以上是以简单直管为对象,讨论了卡箍的两种目标的优化方案,相应地获得了两种优化结果,讨论了卡箍数量和刚度对系统动特性的影响,设

计过程中可以对比和选择,下面进一步研究针对任意复杂管路系统的卡箍位置优化问题。

4.2 算例 2 复杂的发动机管路

图 6(a)为典型的发动机管路系统的局部,它由直管、弯管、三通接头连接组成,假设各段管道的长度 $L_n (n=1,2,\dots,5)$ 为确定值。图 6(b)为卡箍初始设计位置布局,假设初步设计在 L_1, L_4, L_5 段安置 1 个卡箍, L_2, L_3 段安置 2 个卡箍,卡箍的支撑刚度为 10^7 N/m。

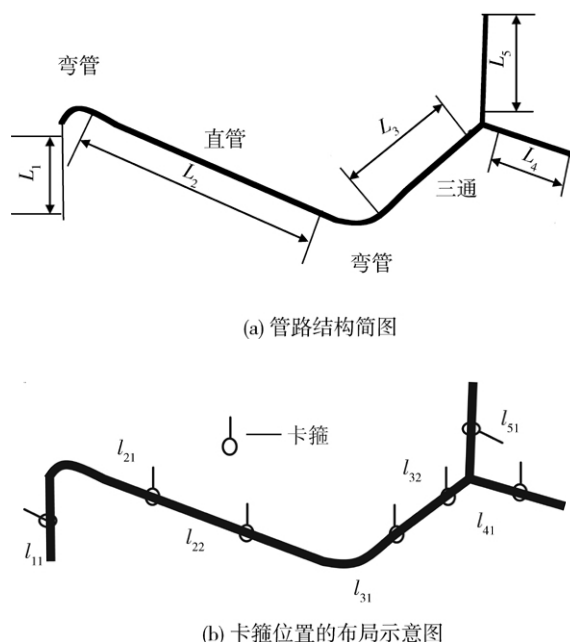


图 6 一段典型发动机管路系统

Fig. 6 Schematic diagram of a general engine pipeline system

这里讨论这些卡箍安装位置的布局,即长度间距 $l_{11}, l_{21}, l_{22}, l_{31}, l_{32}, l_{41}, l_{51}$ 这 7 个变量的优化设计(管道结构参数与激励同上)。采用 ANSYS 软件的管路模块(piping-modeling),它采用相对建模的思想,软件设定了专用的直管、弯管、三通管单元,可以方便快速地实现复杂管路的建模(参见文献[13]),这里不再赘述。

当设计变量较多时,很多情况下并不是每一个变量对系统的动力学特性的影响均比较显著,需要甄别出对优化目标影响比较大的变量并对这些变量进行优化设计,而非所有变量的优化计算,就可以大大减少计算的工作量和提高优化设计效率。因此,首先对这些变量进行动力学灵敏度分析,仅对敏度值高的变量进行控制和优化即可。这里将管道材料弹性模量、管内液体密度、压力、卡

箍位置等均视为随机变量(如表 3),工程上大多参数服从正态分布和均匀分布,对于正态分布而言,参数 1 和参数 2 分别表示均值和标准差,对于均匀分布而言,参数 1 和参数 2 则表示分布的上界和下界。

表 3 复杂管路系统结构随机参数及其分布
Table 3 Random structural parameters and their distribution for the complex pipeline system

随机变量	分布类型	参数 1	参数 2
$E/10^{11}\text{ Pa}$	正态分布	18.4	1
$D_p/(\text{kg}/\text{m}^3)$	正态分布	7 900	100
$D_t/(\text{kg}/\text{m}^3)$	均匀分布	900	1 100
p/MPa	正态分布	0.6	0.2
$s/10^6\text{ (N/m)}$	正态分布	10	1
$t/^{\circ}\text{C}$	均匀分布	0	50
l_{11}/m	正态分布	0.1	0.01
l_{21}/m	正态分布	0.1	0.01
l_{22}/m	正态分布	0.1	0.01
l_{31}/m	正态分布	0.1	0.01
l_{32}/m	正态分布	0.1	0.01
l_{41}/m	正态分布	0.05	0.005
l_{51}/m	正态分布	0.05	0.005

注: E —管道弹性模量; D_p —管道密度; D_t —管内液体密度; p —管道内压; s —卡箍支撑刚度; t —工作温度范围;其他位置如图 6(b)所示。

分别结合式(1)和式(4),采用 Monte Carlo 方法,对表 3 所列的 14 个变量进行 1 阶基频和最大随机应力标准差的灵敏度分析,计算获得的变量均值灵敏度的横向对比,分别如图 7 和图 8 所示。综合 2 图所反映的信息,发现管道卡箍位置变量 l_{11} , l_{21} , l_{22} 和 l_{31} 对基频和最大随机应力标准差均较其他变量敏感,因此需要着重对这 4 个位置变量进行优化设计。

按照式(5)和式(6) 两种优化方案,结合灵敏度分析的结果,对图 6 所示的任意复杂管道,选取 4 个主要卡箍位置变量 l_{11} , l_{21} , l_{22} 和 l_{31} 进行优化计算,优化前后的设计参数及其对应结果列于表 4。采用方案 1 优化后提升了系统的基频差值(由 565.9 Hz 提升至 672.4 Hz),还降低了最大随机振动应力标准差(由 3.74 MPa 降为 0.293 MPa);采用方案 2 优化后将系统的最大随机振动应力标

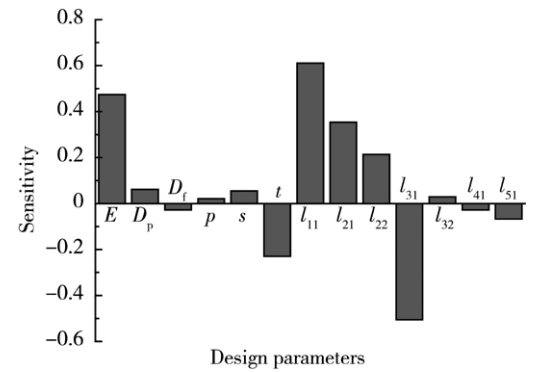


图 7 设计变量关于 1 阶基频的灵敏度柱状图
Fig. 7 Fundamental frequency sensitivity histogram with respect to the design parameters

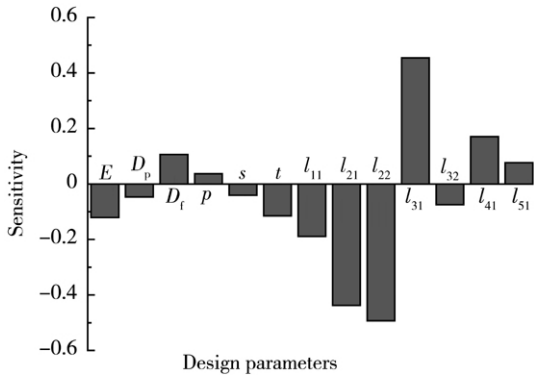


图 8 设计变量关于随机振动应力标准差的灵敏度柱状图

Fig. 8 Random vibration responses sensitivity histogram with respect to the design parameters

表 4 发动机管路系统卡箍位置优化前后的设计结果对比

Table 4 Two optimum proposal results of main supports' positions before and after optimize design

		优化前	优化后	
			式(5)	式(6)
设计变量	l_{11}/m	0.05	0.0569	0.0375
	l_{21}/m	0.1	0.1047	0.1160
	l_{22}/m	0.1	0.1139	0.1184
	l_{31}/m	0.1	0.08013	0.0801
目标	ω/Hz	672.37		
	$\sigma_{\text{stress}}/\text{MPa}$	0.259		
响应	$\Delta\omega/\text{Hz}$	565.89	506.56	
	$\sigma_{\text{stress}}/\text{MPa}$	37.4	2.93	

准差大幅降低(由 3.74 MPa 降为 0.259 MPa),但此时系统基频差值较原设计有较大幅度下降(由 565.9 Hz 降至 506.6 Hz),实际设计中应根据问题的侧重来选择合理的优化方案。

5 结 论

1) 相比于管道系统其他结构参数而言,某些卡箍位置布局对管道结构的动特性具有更加显著的影响,采用敏度分析甄别出主要卡箍参量有助于提高优化设计效率。

2) 卡箍的数目和刚度需控制在合理的范围内,过多的卡箍和过大的刚度对系统的动态性能却没有相应的提升,不同布局方案随机振动响应的影响无明显规律,需要对实际管路系统进行动力学计算分析后获得。

3) 以基频最大化和随机振动标准差最小化为目标的两种优化方案可以获得较初始设计更为合理的卡箍位置布局,两种方法各有优点,实际应用中应结合侧重,通过计算和实际进行对比和选择,能够实现性能与可靠性的兼顾。

4) 本文仅讨论了随机激励情形,其响应最小是一个统计意义上的概念,仅能证明管路系统对支撑位置的敏感性较差,并不能保证管路系统表示在其他的激励形式(例如周期激励、阶跃激励等)下的响应最小,并且其他激励形式下管路系统的卡箍最优位置是可能不同的,实践中应根据发动机各处实际的激励工况特点,设定合理的激励环境,在动力学分析的基础上采用本文提供的方法做相似的优化计算获得。

参考文献:

- [1] 何宇廷,杨少华,冯立富.飞机地面压力加油系统导管卡箍固定间距的确定[J].机械科学与技术,2000,19(5):726-728.
HE Yuting, YANG Shaohua, FENG Lifu. On the determination of fixture intervals of pipe hoops of aircraft ground pressure refueling system [J]. Mechanical Science and Technology, 2000, 19(5): 726-728. (in Chinese)
- [2] Won K M, Park Y S. Optimal support positions for a structure to maximize its fundamental natural frequency [J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 213(5): 801-812.
- [3] 顾文彬.舰船管路系统在振动环境下弹性支承的位置优化研究[D].上海:同济大学,2000.
GU Wenbin. The position ptimizing of ship'pipe system support under vibration excitation [D]. Shanghai: Tongji University, 2000. (in Chinese)
- [4] Wang D. Optimization of support positions to minimize the maximal deflection of structures [J]. International Journal of Solids and Structures, 2004, 41(26): 7445-7458.
- [5] Wang D. Optimization of support positions to maximize the fundamental frequency of structures [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004, 61(10): 1584-1602.
- [6] Zhu J H, Zhang W H. Maximization of structural natural frequency with optimal support layout [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2006, 31(6): 462-469.
- [7] 塞开林,燕乐纬,朱学旺.基于遗传算法的结构支撑位置优化[J].应用力学学报,2007,24(1):206-309.
DOU Kailin, YAN Lewei, ZHU Xuewang. Optimization for support position based on genetic algorithm [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2007, 24(1): 206-309. (in Chinese)
- [8] 张义民,吕春梅,周娜,等.动态结构系统可靠性的频率灵敏度分析[J].力学学报,2008,40(5):716-720.
ZHANG Yimin, LÜ Chunmei, ZHOU Na, et al. Frequency sensitivity analysis for dynamic structural systems reliability [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2008, 40(5): 716-720. (in Chinese)
- [9] 陈建军,车建文,陈勇.具有频率和振型概率约束的工程结构动力优化设计[J].计算力学学报,2001,18(1):74-80.
CHEN Jianjun, CHE Jianwen, CHEN Yong. Structural dynamic optimization with probability constraints of frequency and mode [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2001, 18(1): 74-80. (in Chinese)
- [10] 王东升,陈颖,周桐.支架结构随机振动响应优化研究[J].航天器环境工程,2005,22(1):38-41.
WANG Dongsheng, CHEN Ying, ZHOU Tong. The optimization of random vibration response for bracket structures [J]. Spacecraft Environment Engineering, 2005, 22(1): 38-41. (in Chinese)
- [11] 乔红威,吕震宙.随机结构随机激励下的响应灵敏度分析[J].振动与冲击,2008,27(3):60-62.
QIAO Hongwei, LÜ Zhenzhou. Response sensitivity analysis of stochastic structures under random excitation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(3): 60-62. (in Chinese)
- [12] ZHAI Hongbo, LI Baohui, JIANG Zhifeng, et al. Supports' dynamical optimized design for the external pipeline of aircraft engine [J]. Advanced Materials Research, Manufacturing Engineering and Automation I, 2010, 139/141: 2456-2459.
- [13] 刘伟,刘永寿,高宗战,等.外场振动环境下压力管路系统的随机振动分析[J].机械设计与制造,2010(6):192-194.
LIU Wei, LIU Yongshou, GAO Zongzhan. Random vibration analysis of pipelines system under external field excitation [J]. Machinery Design & Manufacture, 2010(6): 192-194. (in Chinese)